IMMC
Bestimmung des G.O.A.T.
Gymnasium Lerchenfeld

Kurt Schneider, Juan Francisco Malbranc,
Luca Gebauer, Cosima Klodt-Bußmann

14.03.2021 bis 19.03.2021

Inhaltsverzeichnis

1 Zusammenfassung

Das Berechnen der besten Spieler einer gewissen Sportart war schon immer in den verschiedensten Sportarten wegen den verschiedensten Gründen wichtig. Obgleich es durch die unterschiedlichen Meinungen von Fans der Spieler, oder durch die verschiedensten Preise wie zum Beispiel Fußballer des Jahres [1] begründet ist, wird meist ein Weg benötigt diesen Spieler akkurat zu ermitteln. Dieser Weg sollte außerdem von jeder möglichen Auswirkung von Voreinstellungen, wie zum Beispiel von Auswirkungen durch eine subjektive Meinungen der Jury, befreit sein. Hier bietet sich ein mathematisches Modell mit einfach zu messenden nicht subjektiven Variablen, wie zum Beispiel Punkten oder ähnlichem an. Deshalb entwickeln wir im folgenden Modelle, die den G.O.A.T. (Greatest of all Time) einer allgemeinen Sportart bestimmen.

Um das zu schaffen, entwickeln wir erst ein Modell, dass die beste Tennisspielerin des Jahres 2018 berechnet. Dies tun wir, indem wir uns mehrere Punktevariablen definieren, die die Hauptmaße unseres Modells darstellen. Diese bewerten wir dann mit Formeln, die diese Punktevariablen mit denen der Gegner in Relation setzen und kombinieren, um eine bestimmte Gesamtbewertung zu erhalten. Diese Ergebnisse werden dann in einer Tabelle zusammengefasst.

Darauffolgend entwickeln wir ein ähnlich aufgebautes Bewertungsmodell, dass dann den G.O.A.T. des 100-Meter Sprints der Frauen berechnet. Diese Ergebnisse werden dann, wie zuvor, in einer Tabelle zusammengefasst.

Aufgrund dieser Bewertungsmodelle definieren wir uns dann ein allgemeines Bewertungsmodell. Dann definieren wir uns auch noch zwei verschiedene allgemeine Bewertungssysteme für Mannschaftssportarten, wobei eines dieser auf dem allgemeinen Bewertungsmodell für die Einzelsportarten basiert.

Unsere allgemeinen Modelle sind dazu noch so entwickelt, dass sie erweiterbar sind. Dies kann helfen, eine genauere Bewertung bei dem Berechnen der Bewertung für eine beliebige Sportart zu bekommen. Somit kann mit unserem Modell rein objektiv den G.O.A.T. einer beliebigen Einzel- oder Mannschaftssportart berechnet werden, was benötigt war.

2 Bestimmung des G.O.A.T. für 2018 Frauentennis

2.1 Annahmen

1. Wir nehmen für dieses Modell an, dass für die später noch definierten s_{r_i} Werte gilt: Mindestens einer der Werte s_{r_i} ist ungleich der anderen. Damit wird im späteren das Teilen durch Null vermieden. Das Gleiche nehmen wir für die auch später definiert werdenden Werte w_{r_i} an.

2. Wir nehmen außerdem an, dass jeder Spieler mindestens einmal an dem Finale teilgenommen haben muss, um in die Rechnung mit einbezogen zu werden.

2.2 Variablen

s_i ist die Anzahl an gespielten Sets des Spielers i.
s_{w_i} ist die Anzahl an gewonnenen Sets des Spielers i.
p_{ik} ist die Anzahl an Punkten die der Spieler i in dem $k$ten Spiel des Spielers i erzielt hat.
p_{ok} ist die Anzahl an Punkten die der Gegner des Spielers i in dem $k$ten Spiel des Spielers i erzielt hat.
w_i ist die Anzahl der gewonnenen Spiele des Spielers i.
O_i ist die Menge der Spiele des Spielers i, wobei jedes Spiel durch den Gegner o des Spielers i in dem Spiel gekennzeichnet wird. Falls ein Gegner mehrmals auftritt, wird ein laufender Index zur Unterscheidung benutzt, wobei diesem Gegner trotzdem noch die gleiche Werte wie davor zugeordnet werden.
$|O_i|$ ist die Anzahl der Spiele die der Spieler i gespielt hat.
P ist die Menge der Spieler, die an den Turnieren teilgenommen haben.

2.3 Bewertungsmodell

Unser hier definiertes Bewertungssystem stützt sich auf drei Komponenten, nämlich der Setbewertung W_{s_i}, Gewinnbewertung W_{w_i} und der Punktebewertung W_{p_i}.
Auf Grundlage der in Abschnitt 2.2 gegebenen Variablen, definieren wir uns die Formeln, auf denen unser Bewertungssystem basiert. Die erste Formel, die wir für die Setbewertung W_{s_i} brauchen ist folgende.

$$s_{r_i} = \frac{s_{w_i}}{s_i} \tag{2.1}$$

In (2.1) definieren wir uns die Variable s_{r_i} durch einen Bruch, der den Sieg eines Sets des Spielers i pro gespieltes Set von dem Spieler i repräsentiert, also die Gewinnquote der Sets.

$$W_{s_i} = \log_{10}\left(\frac{|O_i| \cdot s_{r_i}}{\sum\limits_{k \in O_i} |s_{r_i} - s_{r_k}|}\right) \tag{2.2}$$

In (2.2) summieren wir jetzt für jeden Gegner, gegen den der Spieler i gespielt hat $|s_{r_i} - s_{r_k}|$ womit wir dann folgende Formel bekommen. Das machen wir, da wir s_{r_i} in Relation mit den Daten der Gegner des Spielers i setzen wollen. Das machen wir, da sobald s_{r_k} größer als s_{r_i} wird, die Wahrscheinlichkeit größer wird, dass die gewonnene Anzahl an Sets des Spielers i eventuell unverdient oder Glück war. Ähnlich wollen wir in der Formel darauf achten, dass, wenn s_k immer kleiner als s_i wird, der Gewinn insofern unverdient war, dass der Spieler i gegen einen Gegner gespielt hat, der weit unter seinem Können lag und die Daten somit beeinflusst werden könnten. Deshalb wird dann auch schlussendlich durch $|s_i - s_k|$ geteilt, da somit in beiden aufgelisteten Szenarien W_{s_i} kleiner wird, was es ja auch werden sollte, wenn die gewonnene Anzahl an Sets eventuell unverdient war. Es ist zu beachten, dass der Teiler wegen der 1. Annahme hier nicht Null werden kann. Wir wenden auf diese Formel auch noch den Logarithmus zur Basis 10 an, da wir damit das schnelle Wachstum des Ergebnisses, falls $|s_{r_i} - s_{r_k}|$ zu klein wird, eliminieren und somit den anderen, noch definierenden, Bewertungen ein größeres Gewicht geben.
Um nun die Gewinnbewertung zu definieren, ist die erste wichtige Formel die folgende.

$$w_{r_i} = \frac{w_i}{|O_i|} \tag{2.3}$$

Gleichung (2.3) repräsentiert hier ähnlich wie s_{r_i} Gewinne des Spielers i pro gespieltes Spiel des Spielers i, also die Gewinnquote der gewonnen Spiele.

$$W_{w_i} = \frac{|O_i| \cdot w_{r_i}}{\sum\limits_{k \in O_i} |w_{r_i} - w_{r_k}|} \tag{2.4}$$

In (2.4) verhält es sich ähnlich wie in (2.2). Auch hier wollen wir in unsere Rechnungen mit einbeziehen, dass falls $|w_{r_i} - w_{r_k}|$ zu klein oder zu groß wird, das dementsprechend auch in W_{w_i} mit einfließt. Deshalb teilen wir hier, ähnlich wie im Ansatz der Setbewertung, durch $|w_{r_i} - w_{r_k}|$, um diesen Effekt zu erzielen.
Nun definieren wir uns auch noch eine Punktebewertung des Spielers i. Dafür brauchen wir zuerst die folgende Formel.

$$P_{ik} = \frac{p_{ik}}{p_{ok}} \tag{2.5}$$

In (2.5) berechnen wir das Verhältnis zwischen den Punkten des Spielers i in dem $k$ten Spiel und den Punkten des Gegners des Spielers i im $k$ten Spiel. Diese Formel kann jetzt dazu genutzt werden, um den Durchschnitt des Verhältnisses, in dem Fall also unsere Punktebewertung, zu berechnen. Das können wir einfach mit der folgenden Formel.

$$W_{p_i} = \frac{\sum\limits_{k \in O_i} P_{ik}}{|O_i|} \tag{2.6}$$

Die allgemeine Bewertung ist dann aus W_{s_i}, W_{w_i} und W_{p_i} mit folgender Formel berechnet, da wir damit die drei vorherigen Bewertungen mit einbeziehen.

$$W_{A_i} = W_{s_i} \cdot W_{w_i} \cdot W_{p_i} \tag{2.7}$$

Es muss außerdem noch gesagt sein, dass das Modell auch keinen Fehler produzieren würde, wenn man gegen jemanden, der in der ersten Runde herausgeflogen ist gespielt hat, da die in dem Fall verkleinerte Bewertung auch bei allen anderen, die es in die zweite oder höhere Runde geschafft hatten, auftreten und somit nicht mehr wichtig sein sollte.
Noch einmal zusammenfassend hat das von uns genutzte Bewertungssystem Vorteile, da es darauf achtet, eventuell unverdiente Gewinne oder Punkte, auch weniger zählen zu lassen. Für dieses Bewertungssystem ist es somit am besten, wenn man gegen einen fast gleich guten Spieler gespielt hat, aber als Sieger aus dem Spiel herausgegangen ist.

2.4 Der G.O.A.T.

Den G.O.A.T. können wir nun anhand des vorhin definierten Bewertungssystems berechnen. Wir nehmen also an, dass der G.O.A.T. G_P jeder Spieler ist, dem man die höchste Bewertung nach dem von uns definierten Bewertungssystem zuordnen kann. Um uns eine mathematische Definition aufzuschreiben, definieren wir uns erst die Menge der Bewertungen der Spieler Ω_P wie folgend.

$$\Omega_P = \{W_{A_i} : i \in P\} \tag{2.8}$$

Das heißt, die Menge der G.O.A.T.s ist durch die folgende Formel definiert.

$$G_P = \{i : W_{A_i} = \max\{\Omega_P\}\} \tag{2.9}$$

Mit diesem Modell und der Berücksichtigung der Annahmen, können nun die Gesamtbewertungen für die Spieler berechnet werden. Diese werden in folgender Tabelle zusammengefasst.

Platz	Name	Bewertung
1.	S. Halep	≈ 6.96210327
2.	N. Osaka	≈ 2.37722853
3.	S. Stephens	≈ 1.87034590
4.	S. Williams	≈ 1.70323754
5.	C. Wozniacki	≈ 1.44831763
6.	A. Kerber	≈ 1.43976726

Das heißt, nach unserem Bewertungssystem ist Simona Halep die beste Spielerin im Frauentennis aus 2018.

2.5 Analyse des Ergebnisses

Simona Halep ist laut unserem mathematischen Modell die beste Grand-Slam-Tennisspielerin aus dem Jahre 2018, da sie eine sehr hohe Gewinnrate in diesem Jahr hatte. Sie hat in diesem Jahr insgesamt 7 von 8 Spielen gewonnen, was die deutliche Gewinnrate erkennbar macht. Halep hat oft in Halbfinalen und Finalen gegen gleichrangige Spielerinnen gewonnen (bspw. im Halbfinale des French Open, wo sie gegen Garbiñe Muguruza (der Drittplatzierten im World-Ranking) ziemlich eindeutig gewann). Mit einer der ausschlaggebendsten Gründe ist, dass sie in den zwei Turnieren, in denen sie mitgespielt hat, zweimal das Finale erreicht hat und einmal das Finale im French Open gewonnen hat. Außerdem erreichte Halep oft eine hohe Punktedifferenz in ihren Spielen, was ihre Leistung noch einmal deutlich verbessert.

3 Bestimmung des G.O.A.T. für 100-Meter Sprint

3.1 Annahmen

1. Wir nehmen für dieses Modell an, dass für die später noch definierten T_{iok} Werte gilt: Mindestens einer der Werte T_{iok} ist ungleich der anderen. Damit wird im späteren das Teilen durch Null vermieden.

2. Um in unsere Rechnungen miteinbezogen zu werden, muss man mindestens eine Goldmedaille in den olympischen Spielen gewonnen haben.

3.2 Variablen

t_{ik} ist die erzielte Zeit des Spielers i in den $k$ten olympischen Spielen, an denen der Spieler i teilgenommen hat.
t_{ok} ist die erzielte Zeit des Gegners o des Spielers i in den $k$ten olympischen Spielen, an denen der Spieler i teilgenommen hat.
m_{ig} ist die Anzahl an gewonnenen Goldmedaillen des Spielers i.
m_{is} ist die Anzahl an gewonnenen Silbermedaillen des Spielers i.
m_{ib} ist die Anzahl an gewonnenen Bronzemedaillen des Spielers i.
O_{ik} ist die Menge an Gegnern des Spielers i in den $k$ten olympischen Spielen, an denen der Spieler i teilgenommen hat.
O_i ist die Menge der Olympiaden an denen der Spieler i teilgenommen hat.
$|O_i|$ ist die Anzahl der Olympiaden an denen der Spieler i teilgenommen hat.

3.3 Bewertungsmodell

Da wir nun die benötigten Variablen für das Bewertungsmodell definiert haben, beginnen wir mit der eigentlichen Definition des Bewertungsmodells. Für die Zeitbewertung W_{t_i} brauchen wir zuerst die folgende Formel.

$$T_{iok} = \frac{t_{ik}}{t_{ok}} \tag{3.1}$$

In (3.1) definieren wir eine Relation zwischen der Zeit des Spielers i und der Zeit des Gegners des Spielers i. Die hier definierte Variable brauchen wir in der folgenden Formel.

$$W_{t_{ik}} = \frac{\sum\limits_{o \in O_{ik}} T_{iok}}{|O_{ik}|} \tag{3.2}$$

In (3.2) ist nun einfach der Durchschnitt von T_{iok} für jeden Gegner des Spielers i, der in der $k$ten Olympiade eine Medaille bekommen hat.

$$W_{t_i} = \frac{\sum\limits_{k \in O_i} W_{t_{ik}}}{|O_i|} \tag{3.3}$$

Formel (3.3) ist nun der Durchschnitt des Durchschnitt pro Olympiade an der der Spieler i teilgenommen hat über alle Olympiaden. Das ist unser erster Faktor, der für die spätere Berechnung der Gesamtbewertung gebraucht wird. Die hier genutzte Formel ist außerdem von Vorteil, da sie technischen Fortschritt, wie zum Beispiel die Weiterentwicklung von Laufschuhen, mit einbezieht. Das tut sie, da sie die Zeiten zwischen dem Spieler i und den Spielern, die an den gleichen Olympiaden teilgenommen hatten, vergleicht. Jetzt definieren wir uns außerdem noch die Rekordbewertung für die $k$te Olympiade mit folgender Folge.

$$W_{r_{ik}} = W_{i_{r(k-1)}} + \frac{0.5}{k} \tag{3.4}$$

Diese Folge hat den Startpunkt

$$W_{r_{i0}} = 0 \tag{3.5}$$

Wir definieren uns diese Rekordbewertung als Folge, um in die Bewertung mit einfließen zu lassen, wie lange dieser Rekord gehalten wird. Wir benutzen hier den Term $\frac{0.5}{k}$, damit die Erhöhung des Wertes pro Olympiade immer kleiner wird, sodass das lange Halten eines Rekordes nicht zu sehr belohnt wird.
Nun definieren wir auch noch folgende Formel, die die Anzahl an Medaillen bewertet.

$$W_{m_i} = m_{ig} \cdot 1 + m_{is} \cdot 0.5 + m_{ib} \cdot 0.25 \tag{3.6}$$

Nun kann die Gesamtbewertung, ähnlich wie im Bewertungsmodell zum Frauentennis, definiert werden.

$$W_{A_i} = W_{t_i} + W_{r_{ik}} + W_{m_i} \tag{3.7}$$

3.4 Der G.O.A.T.

Hier wird der G.O.A.T. genauso wie in (2.8) und (2.9) durch folgende Formel definiert.

$$\Omega_P = \{W_{A_i} : i \in P\} \tag{3.8}$$

Das heißt die Menge der G.O.A.T.s ist wieder durch die folgende Formel definiert.

$$G_P = \{i : W_{A_i} = \max\{\Omega_P\}\} \tag{3.9}$$

Nun können wir mit diesem Modell wieder unsere Daten in folgender Tabelle zusammenfassen.

Platz	Name	Bewertung
1.	Florence Griffith-Joyner	≈ 3.57694168
2.	Wyomia Tyus	≈ 3.48031220
3.	Renate Stecher	≈ 3.24714456
4.	Stanisława Walasiewicz	≈ 3.24583333
5.	Shelly-Ann Fraser-Pryce	≈ 3.24533541
6.	Evelyn Ashford	≈ 2.99856756
7.	Gail Devers	≈ 2.99885170
8.	Annegret Richter	≈ 2.74956541
9.	Wilma Rudolph	≈ 2.473451327
10.	Marjorie Jackson	≈ 2.46204244
11.	Fanny Blankers-Koen	≈ 2.44262295
12.	Betty Cuthbert	≈ 2.0
13.	Ljudmila Kondratjewa	≈ 1.99595766
14.	Betty Robinson	≈ 1.99186991
15.	Elaine Thompson	≈ 1.98755375
16.	Helen Stephens	≈ 1.96638655
17.	Julija Neszjarenka	≈ 1.95428119

Das heißt durch unser Bewertungssystem ist die G.O.A.T. im 100-Meter Sprint Florence Griffith-Joyner.

3.5 Analyse des Ergebnisses

Laut unserem Modell ist Florence Griffith-Joyner die G.O.A.T. des 100-Meter Sprints für Frauen. Das liegt vor allem daran, dass sie es geschafft hatte ihren Weltrekord 8 Olympiaden lang zu halten was ihr somit einen großen Vorteil gegenüber den anderen Sprinterinnen gegeben hat. Auch hat sie ihre Bewertung durch einen relativ guten Abstand zu dem Ergebnis zweitplatzierten erhöht. Dazu kommt natürlich auch der Gewinn der Goldmedaille und mit diesen ganzen Faktoren miteinbezogen ist Florence Griffith-Joyner laut unserem Modell die G.O.A.T. des 100-Meter Sprint der Frauen.

4 Bestimmung des G.O.A.T. für eine allgemeine Einzelsportart

4.1 Einleitung

Nun, da wir zwei verschiedene Bewertungsmodelle definiert haben, ist es wichtig sich zu fragen, ob man diese Modelle verallgemeinern kann. Das werden wir in den folgenden Abschnitten tun.

4.2 Allgemeine Variablen

Um sich ein allgemeines Bewertungssystem zu definieren, brauchen wir zuerst allgemeine Variablen. Die Definition dieser ist relativ frei, allerdings sollte es Variablen geben, die in jedem Modell in irgendeiner Form auftreten. Zu diesen Variablen gehören erstens die hier Punktevariablen genannten Variablen. Diese sind dazu da, das Hauptmaß der Sportart zusammenzufassen. Dieses Hauptmaß kann zum Beispiel im Kontext von Hochsprung die gesprungene Höhe annehmen. Meistens ist diese Punktevariable einfach durch normale Punkte, Höhe, Länge, Zeit oder ähnlichem zusammengefasst. Von diesen Hauptmaßen können auch mehrere existieren, wie zum Beispiel im Basketball, wo es einmal getroffene Körbe, oder Gesamtpunkte, oder eventuell die Distanz von einem getroffenen Wurf geben kann. Somit kann es auch mehrere Punktevariablen geben, die dann in noch folgende Formeln miteinbezogen werden können. Diese Punktevariablen sind dann im Einzelsport immer einer Person i zugeordnet. Für die meisten Punktevariablen gibt es dann oft noch weitere Punktevariablen, mit denen die erstgenannte Punktevariable in Relation gesetzt werden kann. Ein Beispiel dafür wären die Anzahl Gewinne des Spielers i und die Gesamtanzahl an Spielen des Spielers i. Allgemein kann man sagen, dass je mehr Punktevariablen es gibt, desto genauer werden die Berechnungen des Modells schlussendlich sein. Für unser allgemeines Modell bezeichnen wir unsere Punktevariable des Spielers i, abhängig von dem Hauptmaß n, als p_{n_i}. Für unser Bewertungssystem brauchen wir auch noch die Interaktionsmenge O_i. Diese ist die Menge der Interaktion des Spielers i, wobei jede Interaktion durch den Gegner o des Spielers i in dem Spiel gekennzeichnet wird. Falls ein Gegner mehrmals auftritt, wird ein laufender Index zur Unterscheidung benutzt, wobei diesem Gegner trotzdem noch die gleiche Werte wie davor zugeordnet werden. Der Begriff Interaktion wird hier sehr weitläufig genutzt, da zum Beispiel das Spielen in einer Olympiade mit anderen Spielern schon als Interaktion mit einem Gegner zählen kann. Wir definieren uns auch noch die Menge an Punktevariablen φ, die aber nicht die Punktevariablen für den Spieler i beinhaltet, sondern die allgemeinen Punktevariablen, also p_n beinhaltet.

4.3 Annahmen

1. Für jede Punktevariable p_n gilt die Annahme, dass nicht alle Spieler i in dieser Punktevariable die gleichen Bewertungen erzielt haben.

4.4 Allgemeines Bewertungssystem

Für unsere bisherigen Bewertungsmodelle haben wir meistens zwei Arten von Formeln benutzt, um die vorhin definierten Punktevariablen in Relation mit anderen zu setzen. Wir bezeichnen außerdem die Bewertung der Punktevariable p_{n_i} durch W_{n_i}. Die erste Formel, die für ein allgemeines Modell verwendet werden könnte wäre folgende.

$$P_{n_i} = \frac{p_{n_i}}{p_{m_i}} \tag{4.1}$$

In (4.1) ist p_{m_i} eine Punktevariable, die sich durch die Gesamtanzahl von etwas definiert und p_{n_i} ein bestimmter Teil dieser Gesamtanzahl. Ein Beispiel wären hier die vorhin schon erwähnten gesamten Spiele, die dann gleich p_{m_i} ist und die Anzahl an Siegen die dann gleich p_{n_i} wären. Dieser Schnitt allein kann schon für das Modell genutzt werden. Wenn aber die Punktevariable von Gegnern abhängig ist, wie zum Beispiel wenn p_{n_i} gleich den Punkten des Spielers i und p_{m_i} gleich den Punkten des Gegners des Spielers i ist, dann lässt sich teilweise empfehlen, dass noch folgende Formel auf die P_{n_i} angewendet wird.

$$W_{n_i} = \frac{|O_i| \cdot P_{n_i}}{\sum\limits_{k \in O_i} |P_{n_i} - P_{n_k}|} \tag{4.2}$$

Falls die Punktevariable aber nicht von Gegnern abhängig ist, besteht trotzdem noch die Möglichkeit, dass man andere Formeln auf P_{n_i} anwendet. Man kann sich, wie schon erwähnt, auch noch andere Formeln definieren, um das Bewertungssystem zu ergänzen, aber diese zwei Formeln reichen oft auch aus. Es gibt auch relativ prominente Formeln, wie zum Beispiel den Durchschnitt von P_{n_i} über mehrere Turniere. Auf diese Formeln werden wir aber nicht weiter eingehen.
Da man jetzt die Bewertungen der verschiedenen Punktevariablen definiert hat, kann man nun die Gesamtbewertung W_{A_i} definieren. Das kann man durch das Zusammenrechnen der Variablen mit verschiedenen Rechenoperationen erreichen. Bei der Zusammenrechnung der Bewertungen kann man auch noch Faktoren für die verschiedenen Bewertungen hinzufügen, um ihren Einfluss in der Gesamtbewertung zu verändern.

4.5 Allgemeiner G.O.A.T.

Die allgemeine Menge der G.O.A.T.s ist wieder durch folgende Formeln definiert.

$$\Omega_P = \{W_{A_i} : i \in P\} \tag{4.3}$$

$$G_P = \{i : W_{A_i} = \max\{\Omega_P\}\} \tag{4.4}$$

5 Das Modell für eine Mannschaftssportart

5.1 Variablen

Für die Definition eines Modells für eine Mannschaftssportart benutzen wir wieder die in Abschnitt 4.2 definierten Punktevariablen, aber diesmal für den Spieler i. Wir definieren uns weiterhin die Menge der Spieler im Team des Spielers i durch T_i. Wir nutzen weiterhin die Annahmen die in 4.3 definiert wurden. Um ein Bewertungsmodell für eine Mannschaftssportart zu definieren, gibt es zwei verschiedene Wege, die in den folgenden Abschnitten beschrieben werden.

5.2 Erstes Bewertungsmodell

Der erste Weg beinhaltet eine Beurteilung des Anteils, den der Spieler i an den Punkten oder ähnlichem seines Teams hat. Das kann man durch folgende Formel definieren.

$$W_{n_i} = \frac{p_{n_i}}{\sum\limits_{t \in T_i} p_{n_t}} \tag{5.1}$$

Formel (5.1) gibt für den Spieler i den Anteil an den Leistungen seines Teams im Bereich an, den die Punktevariable p_{n_i} definiert.
Um sich nun den Gesamtanteil des Spielers i an den Leistungen seines Teams zu definieren, kann folgende Formel benutzt werden.

$$\frac{\sum\limits_{n \in \varphi} W_{n_i}}{|\varphi|} \tag{5.2}$$

In (5.2) definieren wir uns eine Formel, die den Durchschnitt von W_{n_i} über alle Punktevariablen bestimmt. Damit erhalten wir den durchschnittlichen Beitrag, den der Spieler i zu allen Punktevariablen seines Teams beiträgt.
Man kann sich noch, wie in Abschnitt 4 erwähnt, andere Formeln definieren, um sein Modell für eine gewisse Sportart anzupassen. Die in 4 erwähnten Rekorde können auch noch als Variable in den Sport mit einfließen. Diese Formel kann auch noch, falls benötigt, mit anderen Faktoren und Punktevariablen multipliziert werden. Diese zusätzlichen Faktoren fassen wir uns durch α_i zusammen. Somit haben wir die Gesamtbewertung des ersten Weges durch die Formel $\alpha \cdot W_{A_i}$ zusammengefasst. Somit kann man dann alle $\alpha_i \cdot W_{A_i}$ Werte der verschiedenen Spieler aus den verschiedenen Teams vergleichen und

somit den G.O.A.T. einer Mannschaftssportart herausfinden. Hier kann man die Menge der G.O.A.T.s wieder durch die folgenden, leicht abgewandelten, Formeln bestimmen.

$$\Omega_P = \{\alpha_i \cdot W_{A_i} : i \in P\} \tag{5.3}$$

$$G_P = \{i : \alpha_i \cdot W_{A_i} = \max\{\Omega_P\}\} \tag{5.4}$$

5.3 Zweites Bewertungsmodell

Der zweite Ansatz basiert weitaus mehr auf dem davor, in Kapitel 4, definierten allgemeinen Modell. Bei diesem Ansatz teilen wir die Menge T_i, also die Menge der Spieler des Teams des Spielers i, in verschiedene Mengen σ_{n_i}. Diese Mengen repräsentieren die verschiedenen Aufgaben, die Spieler aus der Menge T_i haben. Als Beispiel könnte man im Fußball grob sagen, dass man die Menge T_i in drei dieser Mengen aufteilen kann und zwar in die Stürmer, das Mittelfeld und die Verteidiger. Für diese Mengen gilt $\sigma_{n_i} \subseteq T_i$ und $\sigma_{n_i} \cap \sigma_{m_i} = \emptyset$. Für das Gegnerteam o des Spielers i definieren wie uns diese Mengen wie folgt. Die Menge der Spieler des Gegnerteams des Spielers i ist T_o wobei $o \in O_i$. Die σ-Mengen sind für die Menge T_o fast gleich, nämlich folgend, definiert. σ_{n_o} ist die $n$te Aufgabe, in die das Team T_o aufgeteilt werden kann. Bei diesen Mengen gelten auch die Beschränkungen $\sigma_{n_o} \subseteq T_o$ und $\sigma_{n_o} \cap \sigma_{m_i} = \emptyset$. Mit diesen neuen Mengen können nun die in **??** definierten Formeln benutzt werden. Dafür definiert man einen Bruch wie folgt.

$$P_{n_i} = \frac{p_{n_i}}{p_{m_i}} \tag{5.5}$$

Falls dann die Variable P_{n_i} von Gegnern abhängig ist, lässt sich wieder empfehlen, folgende Formel zu benutzen.

$$W_{n_i} = \frac{|\sigma_{n_o}| \cdot P_{n_i}}{\sum\limits_{k \in \sigma_{n_o}} |P_{n_i} - P_{n_k}|} \tag{5.6}$$

Hier wird O_i durch σ_{n_o} ersetzt, da damit erreicht werden soll, dass die verschiedenen Spieler des Teams T_i nur mit Gegnern verglichen werden, die die gleichen Aufgaben im Team haben. Das tun wir, da es sein kann, dass sich die verschiedenen Spieler um unterschiedliche Punktevariablen kümmern und somit auch nur mit Gegnern verglichen werden, die sich um die gleichen kümmern. Auch hier können noch andere Formeln mit einfließen, um das Modell auf den Mannschaftsport anzupassen, wie zum Beispiel durch Rekordbewertungen oder ähnliches.
Für dieses Modell verwenden wir dann die schon bekannten folgenden Formeln für den G.O.A.T.

$$\Omega_P = \{\alpha_i \cdot W_{A_i} : i \in P\} \tag{5.7}$$

$$G_P = \{i : \alpha_i \cdot W_{A_i} = \max\{\Omega_P\}\} \tag{5.8}$$

6 Brief an den Direktor

Sehr geehrter Herr Direktor,

wir danken Ihnen für die Möglichkeit, Ihnen unser Können zu demonstrieren, und das Interesse an unserem Modell zur Bestimmung des G.O.A.T.
Folgender Brief erklärt unsere Ergebnisse.

Durch intensive Beschäftigung mit der Sportart des 100m-Sprints und der Entwicklung von Bewertungsmodellen, die auf Daten unserer Recherchen beruhen, hat unser IMMC-Team ein Modell erstellt, mit dem wir die beste 100m Sprinterin aller Zeiten berechnet haben.

Bei diesem Modell ziehen wir nicht nur die puren Zeiten in Betracht, sondern setzen diese auch in Relation mit den Zeiten des Jahres, in denen diese Ergebnisse aufgestellt wurden, um auf Faktoren wie den technischen Fortschritt zu achten, der sich zum Beispiel in der Optimierung von Laufschuhen manifestiert. Bei diesem Modell haben wir außerdem Rekorde der Spieler miteinbezogen, primär, wie lange dieser Rekord gehalten wurde. Wir ziehen außerdem die Anzahl und Art der gewonnenen Medaillen des Läufers in Betracht. Unsere Daten beinhalten die olympischen Spiele von 1928 bis 2016.

Die Bewertungen, die wir durch das Anwenden unseres Modells auf die Daten der Sportler ermitteln konnten, haben wir in einer Tabelle zusammengefasst. Diese Tabelle der Ergebnisse ist hier angehängt. Zusammenzufassend ergab sich bei unseren Berechnungen, dass Florence Griffith-Joyner die G.O.A.T. des 100-Meter Sprints der Frauen ist.

Wir hoffen, dass unsere Ergebnisse Ihnen weiterhelfen werden.

Mit freundlichen Grüßen,
Das IMMC-Team aus Hamburg

Literaturverzeichnis

[1] FWA Footballer of the Year. Wikipedia. https://en.wikipedia.org/wiki/FWA_Footballer_of_the_Year besucht am 18.04.2021

[2] 100-Meter-Lauf. Wikipedia. https://de.wikipedia.org/wiki/100-Meter-Lauf besucht am 19.04.2021

[3] Wissenswertes zum 100m-Sprint. https://www.sport1.de/leichtathletik/2019/08/leichtahtletik-weltrekord-100m-sprint-regeln-wissenswertes-und-infos besucht am 19.04.2021